

一般相対性理論

~100年の時を超えて~

白水徹也

名古屋大学大学院多元数理科学研究科/
素粒子宇宙起源研究機構(KMI)

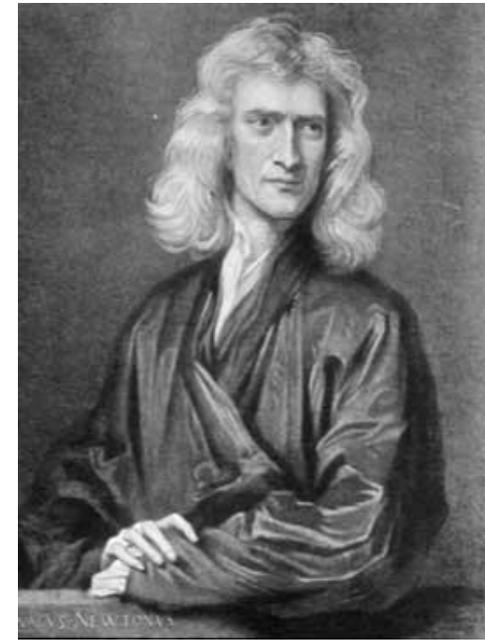
目次

1. NewtonからEinsteinへ
2. ブラックホール
3. 重力波
4. 試練の始まり？

1. NewtonからEinsteinへ

りんごと月と地球

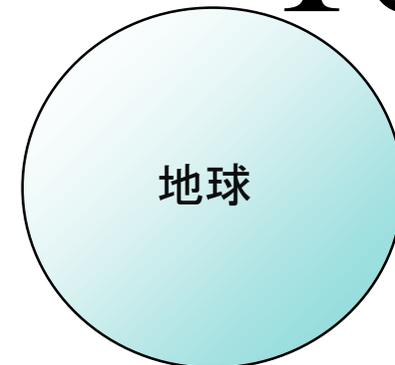
Newton



1665

りんごと地球、月と地球に働く力は同じ

月 ●



万有引力

万有引力 ～天と地の統一～

リンゴが木から落ちるときに働く力(地上の力)

||

天体の運動に働く力(天上の力)

質量やエネルギーのある物質間にすべからく働く力

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

質量 m_1



質量 m_2



r ...物体間の距離

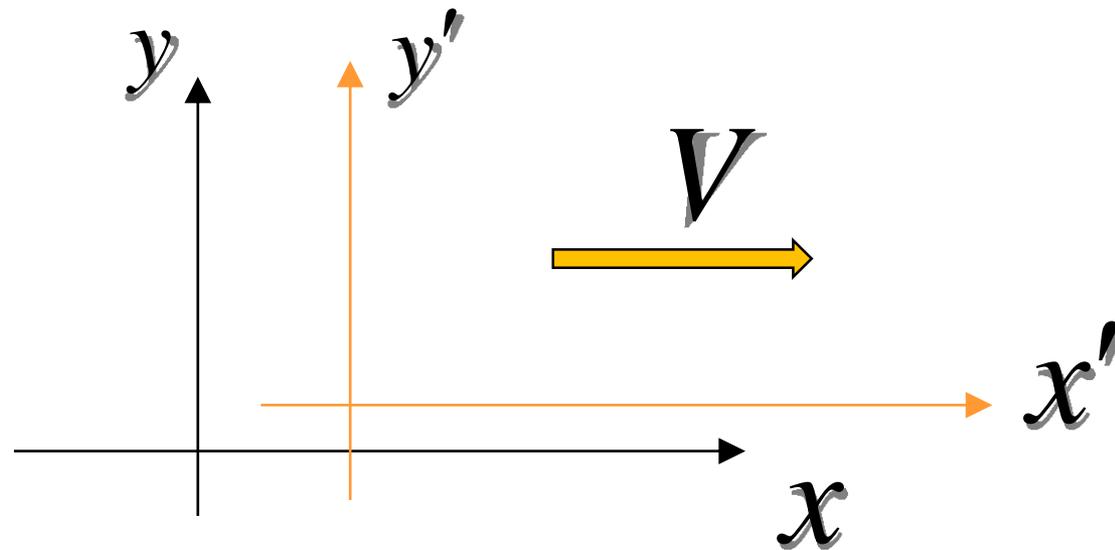
G ...Newtonの重力定数

慣性系

力が働かない系

慣性系はたくさんある。

静止系に対して、一定速度で運動する系



相対速度 $v' = v - V$

光の速さ c はどの慣性系からみても同じ

1887

Michelson&Morley

Newtonもびっくり



$$c' = c - V \text{ ?????}$$

特
殊
相
对
性
理
論

1905

時間と空間の概念の変更

Einstein 1905

変換則の変更(ローレンツ変換)

$$x' = -\frac{V/c}{\sqrt{1-(V/c)^2}} ct + \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} x$$

$$ct' = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} ct - \frac{V/c}{\sqrt{1-(V/c)^2}} x$$

時間は慣性系によって異なる

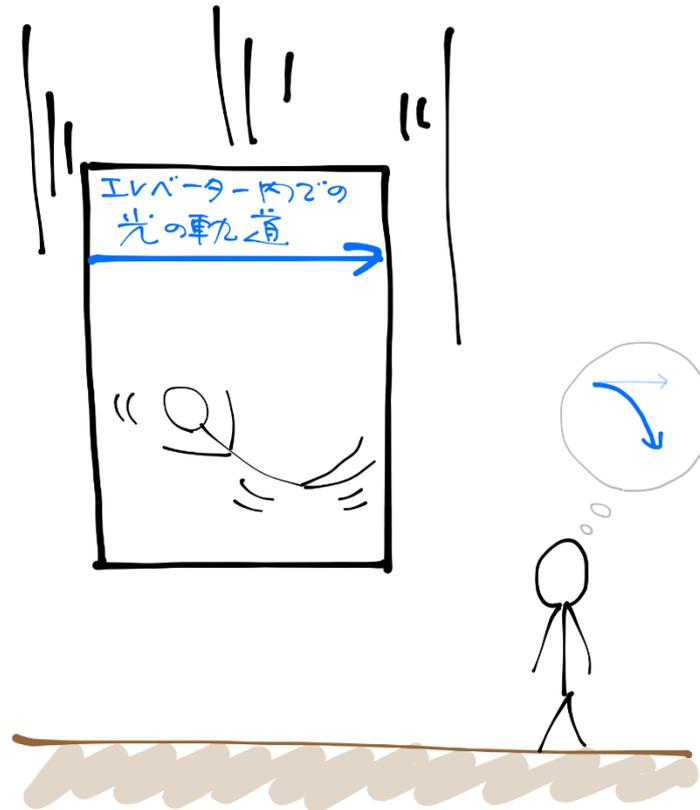
$$v = c \quad \Leftrightarrow \quad v' = c$$

しかし、重力は常に存在。。。。

慣性系は存在しない？

思考実験@エレベーター

自由落下するエレベーター(無重力系=慣性系)



重力により光が曲がる。

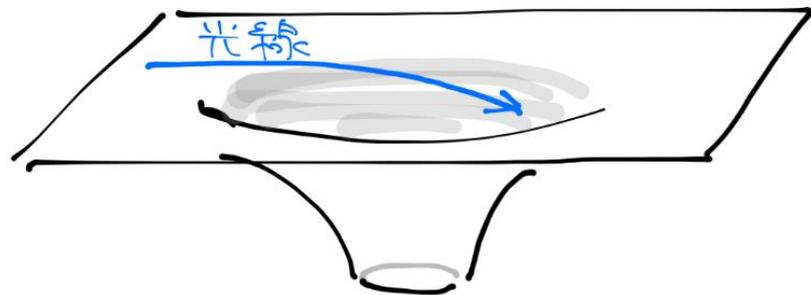
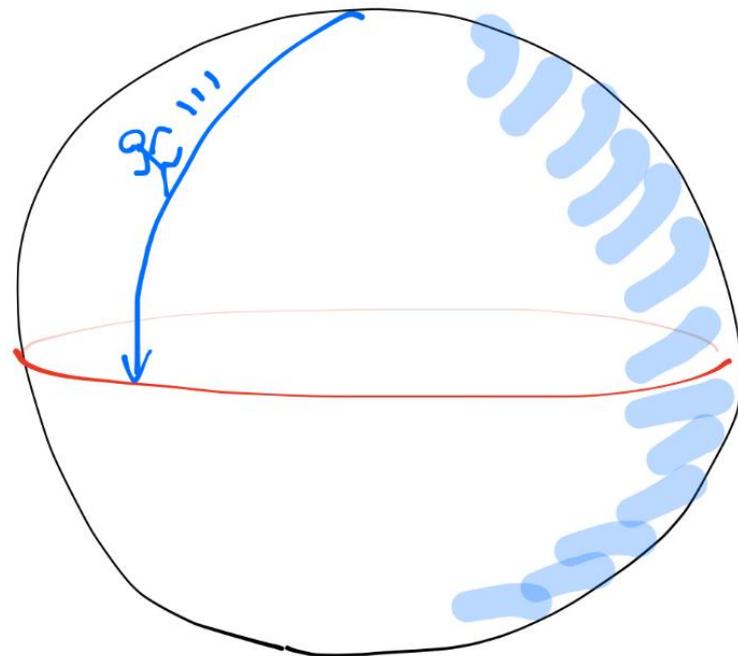
天才の飛躍

時空は曲がる

時空は曲がる

曲がった時空において、光は”まっすぐ”進む。

重力/万有引力は時空の曲がり具合で表される！



—

一
般

相

对

性

理

論

1915

時空の曲がり具合はどのよ
うに決まっているのか？

Einstein方程式

物質のエネルギー(質量)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

時空の曲がり具合(幾何学)

万有引力が近似的に導かれる

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

驚くべき予言

ブラックホール

膨張する宇宙

重力波

宇宙論の大成功

-宇宙の膨張

-軽元素の起源

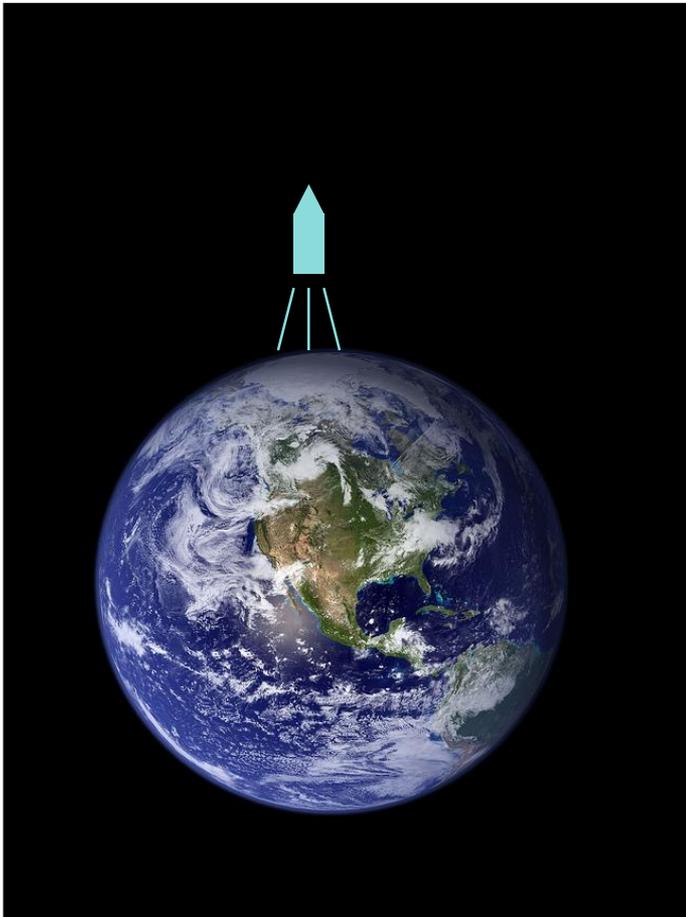
-宇宙背景輻射とその温度揺らぎ

-大規模構造(~銀河分布)の形成

2. ブラックホール

ブラックホール？

重力が強く、光すらも外に出られない。



地球や太陽などの普通の星や惑星からはロケットや光は脱出できる。

ブラックホールからは脱出できない！

Newton理論からの予言

Michell 1784

Laplace 1796

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv_{\infty}^2 = 0$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} < c$$

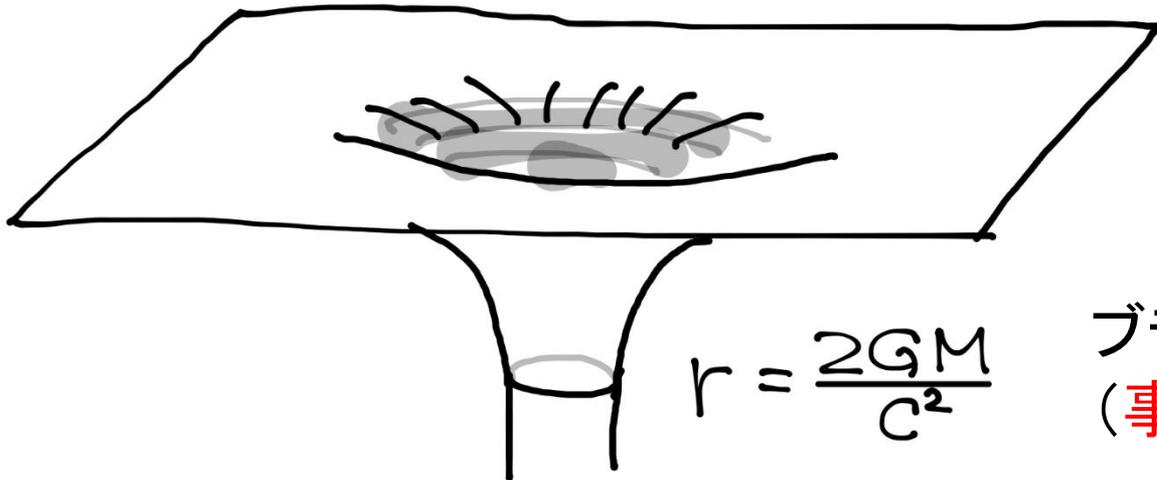
$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R_g}} \rightarrow R_g = \frac{2GM}{c^2}$$

この半径より小さい星の表面から脱出はできない。
ブラックホールの典型的なサイズ。

Schwarzschild解 1916年

回転のないブラックホール時空

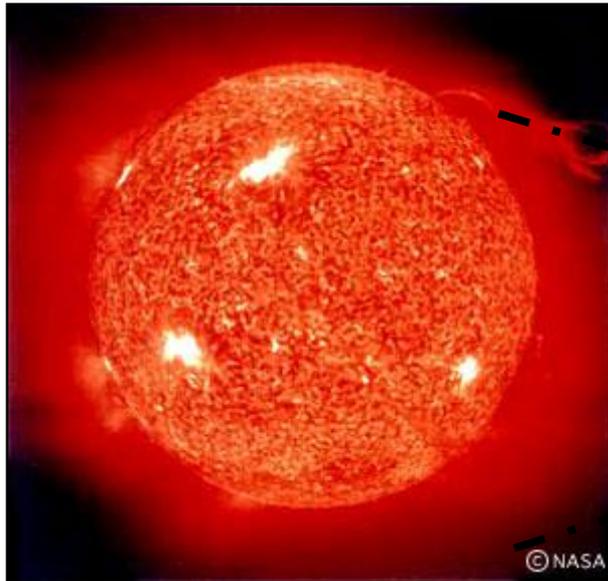
$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)(cdt)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 \\ + r^2 d\theta^2 + r \sin^2 \theta d\varphi^2$$



ブラックホール表面
(事象の地平面)

ブラックホールの典型サイズ

例) 太陽(半径700000km)を3kmにぎゅっとつぶす



$$\frac{2GM}{c^2} \sim 3 \left(\frac{M}{10^{33} \text{ g}} \right) \text{ km}$$

シュバルツシルト半径

物質の広がりか、そのシュバルツシルト半径よりも小さければ、それはブラックホールになる

Chandrasekhar リミット (1931)

- (燃え尽きた) 星の限界質量

$$M_c \sim \frac{1}{m_p^2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \sim \text{太陽質量}$$



ブラックホール@現実

1983年ノーベル賞

(宇宙物理学の理論研究者 1人目)

Kerr解 1963年

回転しているブラックホール時空

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g r}{\Sigma}\right) (cdt)^2 - \frac{2ar_g r \sin^2 \theta}{\Sigma} cdt d\varphi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 \\ + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2 \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad \Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - r_g r + a^2$$

ブラックホール研究黄金時代へ

富松-佐藤解 1972年

$$ds^2 = -f(dt - \omega d\varphi)^2 + f^{-1}[e^{2\gamma}(d\rho^2 + dz^2) + \rho^2 d\varphi^2]$$

$$f = \frac{A}{B}, \omega = \frac{2mq}{A}(1-y^2)C, e^{2\gamma} = \frac{A}{p^{2\delta}(x^2 - y^2)^{\delta^2}}$$

$$\rho = \sigma\sqrt{(x^2 - 1)(1 - y^2)}, z = \sigma xy$$

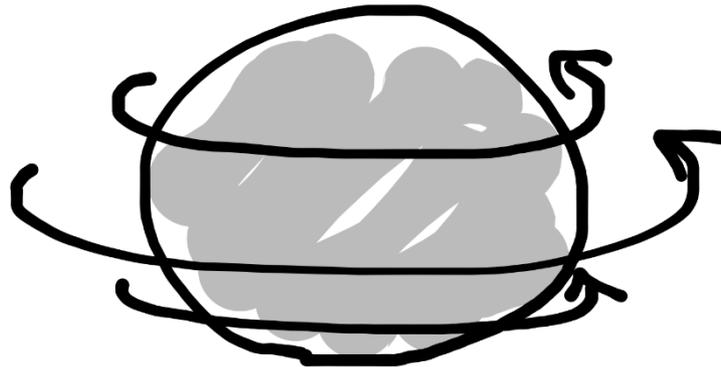
$$p^2 + q^2 = 1, \sigma = \frac{mp}{\delta}, j = m^2 q$$

$$\delta = 1: A = p^2(x^2 - 1) - q^2(1 - y^2), B = (px + 1)^2 + q^2 y^2, C = -px - 1$$

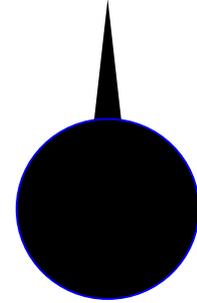
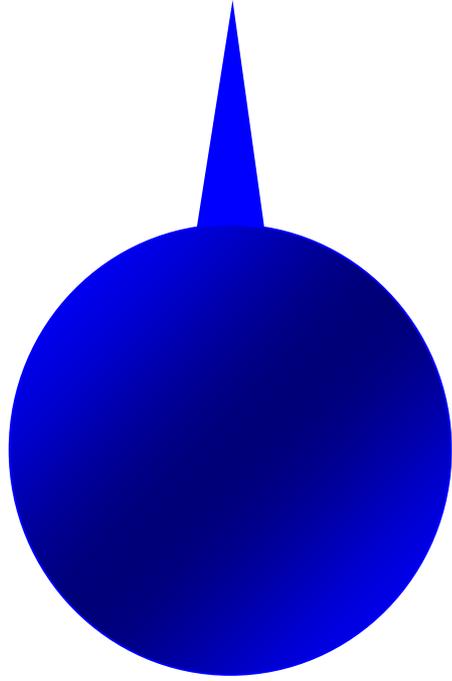
$$\delta = 2: A = \dots$$

Hawking 1972年

- ブラックホールは太り続ける(面積増大定理)
- ブラックホールの最終状態は球形のみで、軸対称性をもつ(剛性定理)



ブラックホールに山や谷はあるのか？

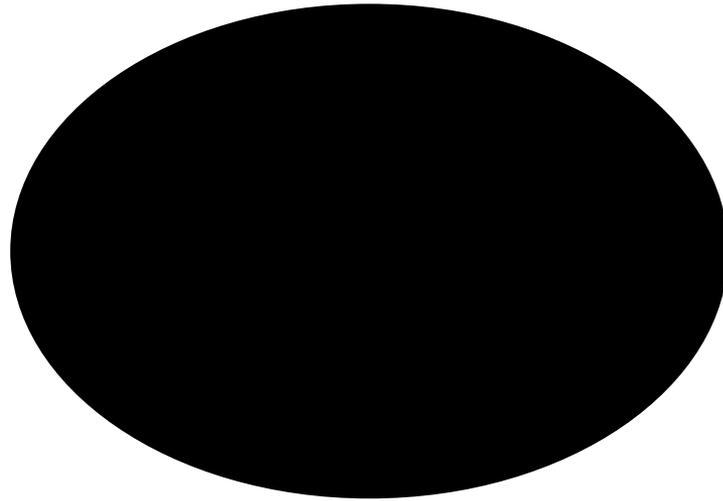


?

「黄金時代」最大の成果@4次元

Carter, Israel, Hawking, ...

無毛定理



山も谷もない。。。。

回転するブラックホールはKerr解のみ！
質量と角運動量だけで唯一に時空が決まる！

3. 重力波

Einstein方程式

物質のエネルギー(質量)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

時空の曲がり具合(幾何学)

重力波： 空間中を伝わるさざ波

物質、天体などの激しい時間変動から、アインシュタイン方程式を通じて空間のさざ波として伝わる

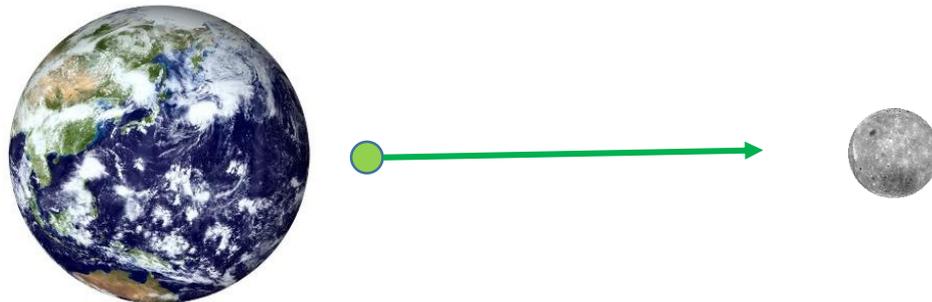
ミクロな世界での力

力～粒子のキャッチボール

電磁気力～荷電粒子間の光子のキャッチボール



重力～物体間の重力子のキャッチボール



重力と重力波

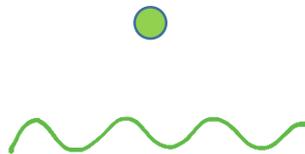
ミクロな世界を記述する物理(量子力学)

『物質は粒子でもあり波でもある。』

光子の波バージョンが電磁波



重力子の波バージョンが重力波



重力波が通りすぎると

空間が伸びたり縮んだりする

重力波の源

(四重極子をもつ)

複雑に動いているあらゆる物体から放出される。

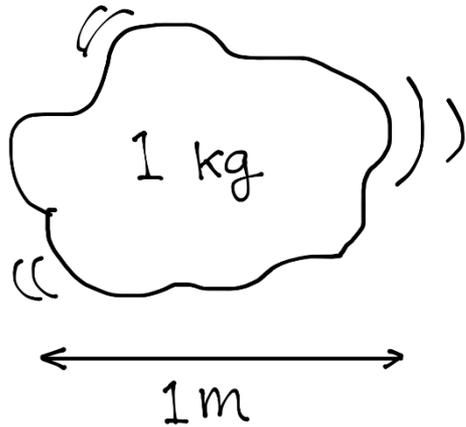
皆さんの体からも！

- 重力の強い連星系(BH-BH,...)
- 超新星爆発
- 宇宙誕生間もない時期に
- 余剰次元
 などなど

なんでも

$$\text{重力波の振幅} \sim \frac{GMR^2}{c^4 T^2 L} = \frac{(\text{Newtonの重力定数})(\text{質量})(\text{サイズ})^2}{(\text{光速})^4 (\text{距離})(\text{時間変動のスケール})^2}$$

変動のタイムスケール | 秒



激しく動く物体近くでの空間の伸縮率は

重力波の振幅 $\sim 10^{-44}$

10^{-44} メートル伸び縮み

現在の加速器で到達可能な空間サイズは 10^{-19} メートル

プランク長は 10^{-35} メートル

ブラックホールからは

$$\text{重力波の最大振幅} \sim \frac{1}{L} \frac{GM}{c^2} \sim \frac{\text{ブラックホールのサイズ}}{\text{距離}}$$

激しく動くブラックホール近くでの空間の伸縮率は

重力波の振幅 ~ 1

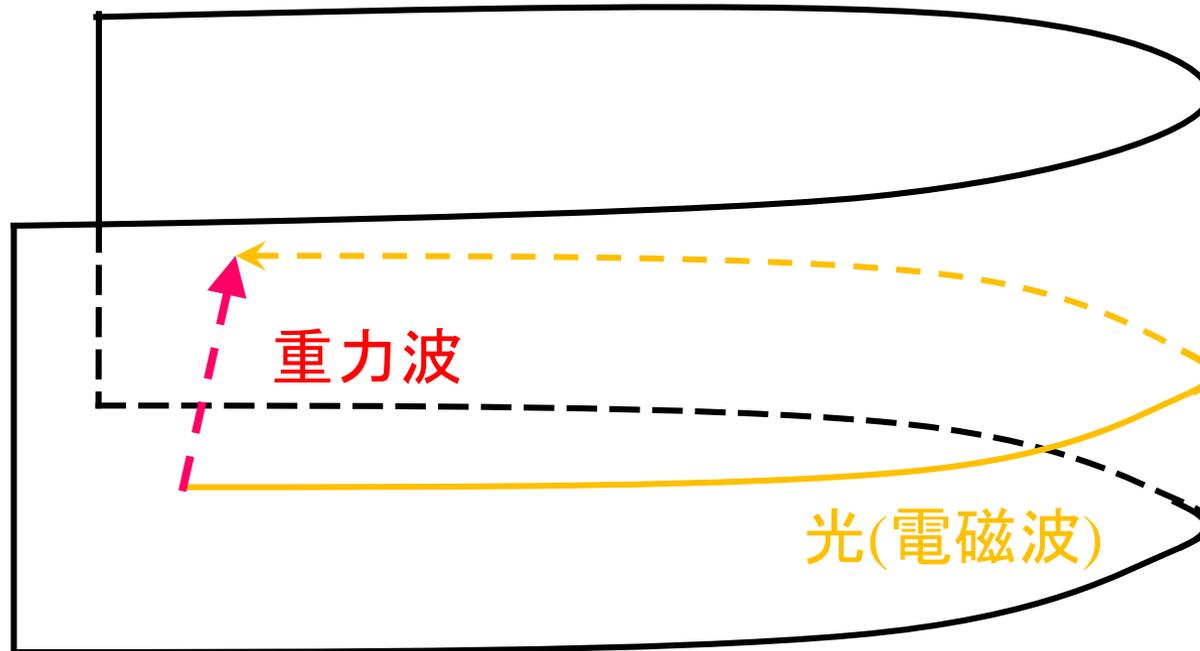
遠くで観測しているので。。。

GW150914の場合 $M \sim 60$ 倍の太陽質量, $L \sim 10$ 億光年

重力波の振幅 $\sim 10^{-22}$

余剩次元

余剰次元からの近道

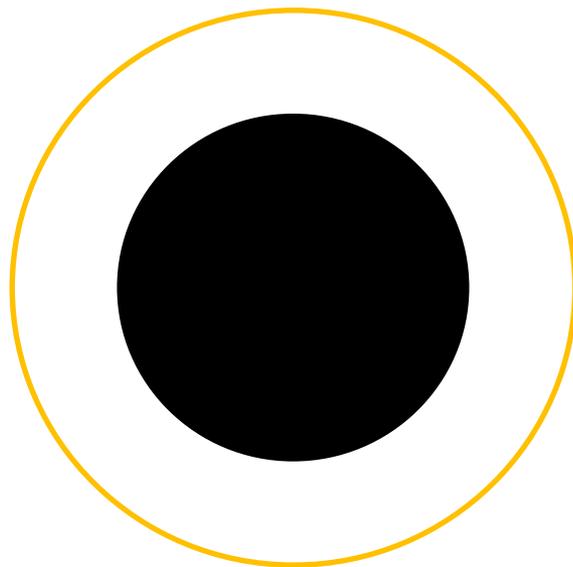


重力波で近道

本当にブラックホールか？

これまでの観測では消去法でブラックホールと言っているだけなので、本当は「ブラックホール候補天体」というべき

ブラックホール自体は観測できない



光の円軌道！

重力波の波形の概形はこの円軌道が決めている

より詳細な波形の観測によりブラックホール表面を検証することも可能

4. 試練のはじまり？

重力波観測による強重力場中における一般相対性理論の本格的検証の始まり

宇宙の加速膨張との折り合い

ダークエネルギー/宇宙定数 v.s. 一般相対性理論の修正

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

謎もいっぱい

?

? ダークエネルギー
ダークマター
インフレーション

超ひも理論 ? 銀河形成

宇宙誕生

?